

Bakalářské zkoušky (příklady otázek)

léto 2016

1 Toky v sítích

1. Definujte problém maximálního toku v síti.
2. Zapište v pseudokódu Fordův-Fulkersonův algoritmus na hledání maximálního toku.
3. Dokažte, že pro libovolnou síť s celočíselnými kapacitami se Fordův-Fulkersonův algoritmus zastaví.
4. Sestrojte síť s nejvýše 10 hranami, na níž Fordův-Fulkersonův algoritmus použije alespoň 10000 zlepšujících cest.

2 Přihrádkové třídění

1. Zapište v pseudokódu algoritmus přihrádkového třídění pro Z záznamů, které obsahují klíč z množiny $\{1, \dots, U\}$ a hodnotu (libovolné přirozené číslo).
2. Jakou časovou složitost tento algoritmus má ?
3. Popište, jak použít přihrádkové třídění k odstraňování násobných hran z grafu. Vrcholy grafu jsou očíslovány čísly 1 až N , hrany jsou zadány jako M neuspořádaných dvojic čísel vrcholů.

3 Databáze

1. Vyjmenujte množinové operace relační algebry. Jsou na jejich operandy kladeny nějaké podmínky a proč ? Jsou všechny množinové operace nezbytné pro zachování síly jazyka ? Pokud ne, které lze vynechat a nahradit zbylými ?
2. Vysvětlete funkci dvoufázového zamykacího protokolu.
3. Uvažujte transakce $T_1: R(A), W(B)$ a $T_2: W(A)$. Bude rozvrh $\{S_1(A), R_1(A), U_1(A), S_2(A), W_2(A), U_2(A), X_1(B), W_1(B), U_1(B), COMMIT_1, COMMIT_2\}$ dvoufázový ? Pokud ne, upravte ho aby byl a přitom se nezměnilo pořadí čtení a zápisů.

4 Databáze

1. Vysvětlete funkci dvoufázového zamykacího protokolu.
2. V čem se od něj odlišuje striktní dvoufázový zamykací protokol ? Zabraňuje některý z nich více anomáliím ? Pokud ano, jakým ?
3. Uvažujte transakce $T_1: R(X) R(Y) W(Y)$ a $T_2: W(Y) R(Y)$. Dají rozvrhy $S_1: R_1(X) W_2(Y) R_1(Y) W_1(Y) R_2(Z)$ a $S_2: W_2(Y) R_1(X) R_1(Y) R_2(Z) W_1(Y)$ vždy stejný výsledek a proč ?

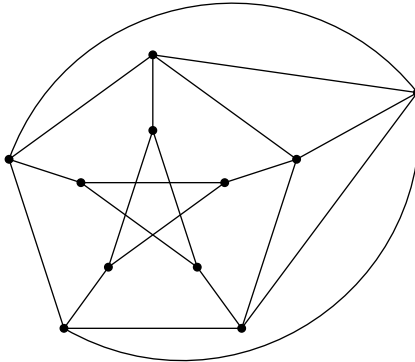
5 Rekurzivní sledování paprsku (povinné téma vašeho zaměření)

1. Popište princip (nástin algoritmu) rekurzivního sledování paprsku (ray tracing, RT), co je na vstupu a co je výsledkem ?
2. Z jakých složek se počítá světlo v rekurzivní proceduře „shade()“ ?
3. Jaké hlavní nedostatky vykazuje základní algoritmus RT popsany v prvním bodě, pokud bychom ho chtěli použít jako fotorealistickou zobrazovací metodu ?

4. Jak se tyto nedostatky řeší (všeobecný princip „distribuovaného sledování paprsku“)?

6 Teorie grafů (barvení grafů) (povinné téma vašeho zaměření)

1. Napište definici barevnosti grafu a určete barevnost následujícího grafu:

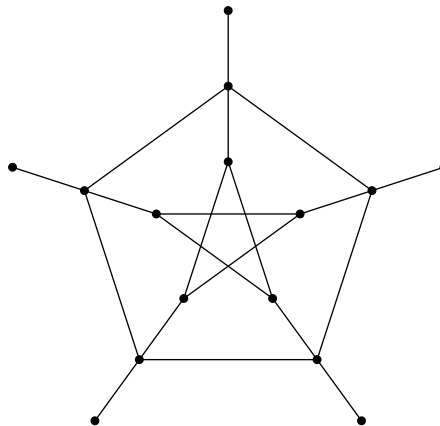


2. Zformulujte Brooksovu větu o barevnosti grafů maximálního stupně Δ .

3. Dokažte bez použití Brooksovy věty, že obsahuje-li souvislý graf maximálního stupně Δ vrchol stupně menšího než Δ , pak jeho barevnost je nejvýše Δ .

7 Teorie grafů (barvení grafů) (povinné téma vašeho zaměření)

1. Napište definici hranové barevnosti grafu a určete hranovou barevnost následujícího grafu:



2. Zformulujte Vizingovu větu o hranové barevnosti grafů maximálního stupně Δ .

3. Dokažte bez použití Vizingovy věty, že graf maximálního stupně Δ lze hranově obarvit $2\Delta - 1$ barvami.

8 Automaty a gramatiky

1. Vyslovte pumping lemma pro bezkontextové jazyky.

2. Popište lineárně omezený Turingův stroj.

3. Zařaďte do Chomského hierarchie jazyk $L = \{ww|w \in \{a,b\}^*\}$ (tedy nalezněte vzhledem k inkluzi co nejmenší třídu hierarchie, do které jazyk patří). Odpověď dokažte.

9 Automaty a gramatiky

1. Vyslovte Myhill-Nerodovu větu.

2. Popište deterministické a nedeterministické zásobníkové automaty.

3. Zařaďte do Chomského hierarchie jazyk L nad abecedou $X = \{a, b, c\}$, kde $L = \{ucv \mid u, v \in \{a, b\}^* \wedge u \neq v\}$ (tedy nalezněte vzhledem k inkluzi co nejmenší třídu hierarchie, do které jazyk patří). Odpověď dokažte.

10 Syntaktická analýza (povinné téma vašeho zaměření)

1. Vysvětlete rozdíl mezi závislostní a složkovou syntaxí.
2. Nakreslete všechny závislostní stromy a složkové stromy pro následující větu:
The dog saw a cat with a telescope in a mirror.
3. Jmenujete dvě metody pro statický parsing a vysvětlete jejich základní princip.

11 Strojový překlad (povinné téma vašeho zaměření)

1. Popište použití modelu zašuměného kanálu (noisy channel model) pro statistický strojový překlad.
2. Popište dvě metody vyhodnocování kvality strojového překladu.
3. Popište princip jazykového modelování, k čemu jazykový model slouží a jakým způsobem se trénuje.

12 Systémové programování (povinné téma vašeho zaměření)

1. Vysvětlete koncept mapování souborů do paměti (memory mapped files).
2. Navrhněte možné API (nebo popište existující API), pomocí kterého lze mapovat soubory do paměti. Popis by měl zahrnovat vysvětlení sémantiky jednotlivých funkcí včetně typů a významu argumentů.
3. Popište krok po kroku jak probíhá zápis jednoho byte na pozici 1000 do vybraného souboru pomocí mapování souboru do paměti. V popisu použijte funkce vašeho API z předchozího bodu a výslovně označte, kdo vykonává jednotlivé kroky (aplikace, operační systém, hardware). Popis by měl začínat první operací aplikace týkající se daného souboru a končit zápisem na disk.
4. Uvažujte běžný multiprocessorový systém s hardwarovou podporou více vláken na jednom jádře. Pokud více procesů čte tentýž soubor pomocí mapování do paměti, mohou mít některé procesy data před čtením již v cache (míněno cache procesoru, nikoliv cache operačního systému) ? Vysvětlete proč.

13 Optimalizace (povinné téma vašeho zaměření)

Pro následující otázky budeme pracovat s optimalizačním problémem MAX-E3SAT, který je variantou problému splnitelnosti. Je definován takto:

Instance problému je CNF formule φ s m klauzulemi a n proměnnými, ve které každá klauzule má právě tři literály.

Přípustné řešení je jakékoliv ohodnocení $\vec{a} \in \{0, 1\}^n$.

Cílem je maximalizovat počet splněných klauzulí.

Budeme uvažovat následující algoritmus:

RANDOM: Pro každé i zvol nezávisle unifomně náhodně $a_i \in \{0, 1\}$. Vystup vektor $\vec{a} = (a_1, \dots, a_n)$.

Budeme také uvažovat variantu algoritmu 2-RANDOM, kde náhodně proměnné a_i nebudeme volit nezávisle ale pouze po dvou nezávislé.

1. Definujte nezávislé náhodné proměnné a po 2 nezávislé náhodné proměnné. Stačí pro případ binárních náhodných proměnných s uniformním rozdělením (jako používáme v algoritmu).
2. Dokažte, že algoritmus RANDOM je 7/8-aproximační pro MAX-E3-SAT.
3. Jaký je aproximační poměr algoritmu 2-RANDOM pro MAX-E3-SAT?

14 Procesy a vlákna

1. Pro typický operační systém jako Linux nebo Windows vysvětlete, jaký je rozdíl mezi konceptem procesu a vlákna. Co je součástí stavu procesu a co je součástí stavu vlákna ?

Předpokládejte, že na příkazové řádce v Unixovém operačním systému (případně běžné příkazové řádce operačního systému Windows) zadáte následující složený příkaz, kde `ls` je výpis adresáře, `head -N` je výběr prvních `N` řádků (na Windows by příkazy mohly být převzaty například z prostředí Cygwin):

```
ls | head -3 > out.txt
```

2. Kolik procesů v dané situaci vznikne a kdo je spustí ?
3. Jakým způsobem se příkaz `head` dozví, že má vybrané 3 řádky zapsat zrovna do souboru `out.txt` ? Kdo a jakým způsobem příkazu `head` tuto informaci předá ?
4. Jak je zařízeno, že příkaz `head` může číst seznam souborů vygenerovaný příkazem `ls` ? Je z pohledu příkazu `ls` tato situace stejná jako při zadání níže uvedeného příkazu ? Vysvětlete.

```
ls > out.txt
```

15 Programovací jazyky

Pro vypracování otázky si zvolte jeden z jazyků `C#`, `C++`, `Java` (volbu vyznačte).

1. Navrhněte objektový model pro dokument zapsaný ve zjednodušené verzi XML, kde stromová struktura jazyka obsahuje pouze elementy, které mohou mít atributy (atribut je dvojice jméno, hodnota). Pořadí elementů je podstatné, pořadí atributů podstatné není, u jednoho elementu nelze opakovat atributy se stejným jménem.

Model by měl umožnit vytištění dokumentu v obvyklém formátu a jeho snadnou modifikaci (přidávání atributu a podobně). Respektujte pravidla objektového návrhu (čeká se návrh objektového modelu, tedy v tomto bodě není třeba psát těla metod).

2. Přidejte do modelu metodu „`forEach`“ (včetně těla), která jako parametr akceptuje lambda výraz a aplikuje jej na každý atribut elementu, na kterém je zavolána a na všechny podelementy daného elementu. Lambda výraz má dva parametry, atribut a element atributu.

Příklad dokumentu:

```
<element1 key1="value1" key2="value2">
  <element2 key1="value1" key2="value2" />
  <element2 key1="value1" key2="value2" />
</element1>
```

16 Programovací jazyky

Pro vypracování otázky si zvolte jeden z jazyků `C#`, `C++`, `Java` (volbu vyznačte).

1. Navrhněte třídu, která bude poskytovat dynamické pole (kontejner, do kterého lze neomezeně přidávat další objekty a udržuje se pořadí objektů podle vkládání). Pole umožní alespoň přidávat nové objekty na konec, zjistit počet objektů v poli a vrátit objekt na dané pozici.

Dbejte na to, aby váš návrh co nejméně omezoval typy ukládaných objektů, ale přitom poskytoval běžnou typovou bezpečnost.

Naznačte podstatné části implementace (definice třídy, hrubě těla metod).

2. Napište (ideálně jednou větou), co je (ve vztahu k dynamickému poli) iterátor či enumerátor (dle zvoleného implementačního jazyka) a naznačte implementaci iterátoru či enumerátoru pro vaši implementaci dynamického pole.
3. Do třídy implementující dynamické pole přidejte metodu „`sort`“, která pole na místě setřídí pomocí algoritmu QuickSort. Tento algoritmus neimplementujte, pouze napište, jak bude vypadat deklarace metody (parametry a návratová hodnota), a zda kvůli ní budete muset nějak upravit zbytek vaší třídy pro dynamické pole. Metodu navrhněte tak, aby v ní byl QuickSort principiálně implementovatelný, tedy například stanovte případná omezení na hodnoty vkládané do pole a popište, jak se taková omezení vyjádří v kódu.

17 TCP

1. Popište (nebo nakreslete) postup zahájení a ukončení TCP spojení. Vysvětlete motivaci three way handshake.
2. Vysvětlete (nebo nakreslete), jak TCP zabezpečuje spolehlivost (reliability) a jaká je v TCP základní myšlenka řízení toku (flow control).
3. Standard TCP definuje následující hlavičku:

0				1				2				3									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1
Source Port				Destination Port																	
Sequence Number																					
Acknowledgment Number																					
Data Offset		Reserved				U A P R S F				Window											
				G K H T N N																	
Checksum				Urgent Pointer																	
Options								Padding													
data																					

K předchozím dvěma bodům doplňte význam a postup nastavení polí „source port“, „destination port“, „sequence number“, „acknowledgment number“ a „window“ z hlavičky.

18 Systémy souborů

1. Na nějakém běžném souborovém systému jsme vytvořili soubor /A.TXT a zapsali do něj jedno písmeno A v kódování ASCII. Ve výpisu adresáře je u souboru poznamenáno, že má „velikost“ 1 byte. Při zobrazení detailnějších informací o souboru se nám ale zobrazuje, že „velikost souboru na disku“ je 8192 bytů. Vysvětlete, jaký je rozdíl mezi těmito dvěma informacemi, a proč je druhé číslo tak velké.
2. Pokud bychom do uvedeného souboru připsali navíc další písmeno B opět v kódování ASCII, jaká bude nejspíš „velikost“ a jaká „velikost souboru na disku“ pro daný soubor ?
3. Na nějakém běžném souborovém systému (FAT, běžný souborový systém unixového typu, nebo NTFS) vysvětlete, jakým způsobem a kde jsou zhruba uloženy informace o obsahu adresářů (tedy jaké soubory a podadresáře obsahuje nějaký konkrétní adresář).
4. Předpokládejte, že používáme nějaký vhodný souborový systém na operačním systému Linux nebo Windows (tedy nějaký souborový systém moderního unixového typu na Linuxu nebo souborový systém NTFS na Windows). Vysvětlete, jak na takovém systému docílit toho, aby pro soubor /A/B/C/D mohl být obsah adresářů A a B na jiném (fyzickém) disku než obsah adresáře C a souboru D. Důležité pro nás je, aby běžné aplikace o tomto rozdělení mezi různé disky nemusely vědět.

19 Tvorba webových stránek (povinné téma vašeho zaměření)

Uvažme následující situaci (tato situace je společná pro všechny uvedené podotázky). Na webových stránkách restaurace je formulář, ve kterém si uživatel může rezervovat jídlo z poledního menu na následující pracovní den. Ve formuláři je možné vybrat právě jedno jídlo ze 3 nabízených, doplnit své jméno a odeslat tuto rezervaci potvrzovacím tlačítkem. Zasláné rezervace se na straně serveru zpracují a uloží do SQL databáze.

1. Navrhněte fragment HTML pokrývající část stránky s formulářem. Drobné syntaktické chyby v HTML budou tolerovány.
2. Popište, jaké kroky musí podniknout skript (například v PHP) na straně serveru, který data z formuláře zpracovává a ukládá do SQL databáze. Není nutné psát kód skriptu, pouze popište, jaké kontroly, operace a podobně musí skript provést, aby

nemohlo dojít k neočekávaným chybám nebo dokonce narušení bezpečnosti, a co bude obsahovat vygenerovaná HTTP odpověď.

- Je nevhodné, aby roztržitý uživatel poslal svoji objednávku vícekrát. Navrhněte mechanismus, pomocí kterého se uživateli zobrazí nad formulářem upozornění, pokud již na daný den objednávku odeslal. Předpokládejte, že uživatel není nikde registrován a tedy ani neprochází autentizačním procesem. Vaše řešení by mělo brát v úvahu i situace, kdy uživatel zavře prohlížeč a na webové stránky se vrátí později, nicméně není potřeba řešit extrémní situace jako je například smazání všech uživatelských dat z historie prohlížeče.
- Popište, jaké změny by bylo potřeba provést na straně klienta a na straně serveru, pokud by měl být formulář odeslán technikou AJAX. Dále popište, jak se tím změní chování aplikace z hlediska uživatele.

20 Funkce více proměnných

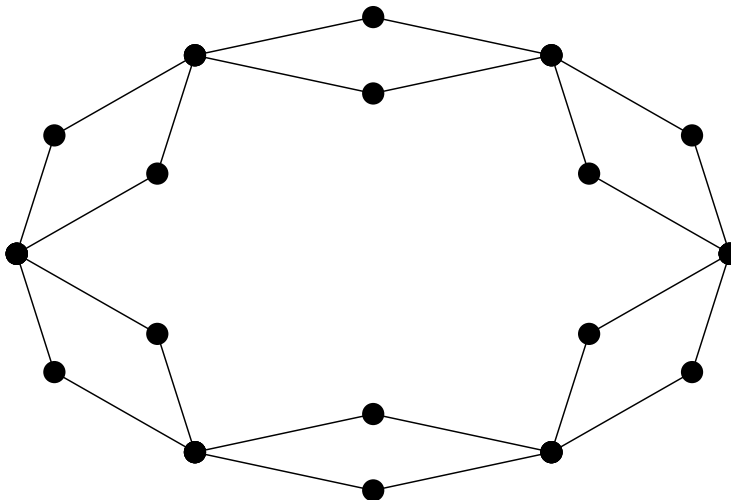
- Definujte pojem „parciální derivace“.
- Vyslovte větu o Lagrangeových multiplikatorech (vázané extrémy).
- Nalezněte lokální extrémy funkce $f(x, y, z) = \sin x \sin y \sin z$ na množině $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = \pi/2, x, y, z > 0\}$.

21 Funkce více proměnných

- Definujte pojem „totální diferenciál“.
- Vyslovte větu o nutné podmínce pro lokální extrém funkce více proměnných.
- Nalezněte lokální a globální extrémy funkce $f(x, y) = x + 2y/x + 1/y$ na množině $(0, \infty)^2$.

22 Kostra grafu

- Definujte co je to kostra souvislého grafu.
- Mějme graf $G = (V, E)$ na n vrcholech, jehož každý vrchol má stupeň d . Předpokládejme, že G má k koster a že každá hrana G je obsažena ve stejném počtu koster. Nechť e je hrana grafu G . Kolik koster má graf $G - e = (V, E \setminus \{e\})$?
- Kolik koster má graf na následujícím obrázku?



23 Teorie grafů

Mějme graf G , který vznikne z cyklu C_9 na vrcholech v_1, \dots, v_9 přidáním hran (v_i, v_j) pro všechna $i \equiv j \pmod{3}$.

- Kolik nejvíce hran je možné z grafu G odebrat, aby zůstal stále souvislý?

2. Spočítejte, kolik vrcholů je třeba z grafu G odebrat, aby se vrcholy v_1 a v_5 ocitly v různých komponentách souvislosti. Ukažte, že tento počet nelze snížit.
3. Zformulujte Mengerovu větu o charakterizaci vrcholově k -souvislých grafů. Uveďte hlavní ideu důkazu.

24 Souvislost grafu

1. Definujte hranovou ($k_e(G)$) a vrcholovou ($k_v(G)$) souvislost grafu G .
2. Pokud $\delta(G)$ je minimální stupeň grafu G , najděte příklady grafů, pro které platí:
 - (a) $\delta(G) = k_e(G) = k_v(G)$
 - (b) $\delta(G) > k_e(G) = k_v(G)$
 - (c) $\delta(G) = k_e(G) > k_v(G)$
 - (d) $\delta(G) > k_e(G) > k_v(G)$
3. Dokažte nerovnost $\delta(G) \geq k_e(G) \geq k_v(G)$.

25 Kombinatorika

1. Zformulujte a dokažte binomickou větu
2. V urně je 20 bílých, 30 červených, 15 modrých a 35 žlutých míčků. Desetkrát vytáhneme náhodný míček a vrátíme jej zpět. Určete pravděpodobnost, že ve výsledném výběru bude právě 7 modrých míčků. (Netřeba dopočítávat numericky.)
3. Určete, kolika způsoby lze sestavit obsah urny se sto míčky čtyř barev tak, aby neobsahovala více než 50 míčků stejné barvy. (Netřeba dopočítávat numericky.)

26 Ortogonální doplněk

1. Definujte pojem ortogonálního doplňku množiny ve vektorovém prostoru se skalárním součinem.
2. Ukažte, že ortogonální doplněk je vždy podprostor.
3. V \mathbb{R}^5 určete dimenzi ortogonálního doplňku množiny všech řešení soustavy

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

27 Pravděpodobnost

1. Nechť A a B jsou dva jevy v pravděpodobnostním prostoru. Napište, jak je definována podmíněná pravděpodobnost, že nastane jev A , za podmínky, že nastal jev B .
2. Pytlík bombónů obsahuje bombóny tří různých příchutí: malinové, jahodové a citrónové. Od každé příchuti je v něm celkem 15 bombónů. Z pytlíku náhodně vybereme šest bombónů (bez vracení). Vyjádřete vzorečkem následující pravděpodobnosti (nemusíte dopočítávat numericky):
 - (a) Pravděpodobnost, že aspoň jeden vybraný bombón je citrónový.
 - (b) Pravděpodobnost, že jsme od každé příchuti vybrali aspoň jeden bombón.
 - (c) Pravděpodobnost, že všechny vybrané bombóny jsou citrónové, za podmínky, že aspoň jeden vybraný bombón je citrónový.

28 Vlastní čísla

1. Definujte charakteristický polynom čtvercové matice A .
2. Ukažte, že součin vlastních čísel matice A je roven $\det(A)$.
3. Najděte reálnou matici řádu 2×2 neobsahující nulu s vlastními čísly $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$.