Bakalářské zkoušky (příklady otázek)

léto 2012

1 Třídění Heap Sort

1. Napište pseudokód třídícího algoritmu Heap Sort.
2. Zdůvodněte, jaká je časová složitost tohoto algoritmu pro n prvků.
3. Srovnejte časovou složitost tohoto algoritmu s časovou složitostí algoritmu Quick Sort.

2 Třídění Quick Sort

1. Napište pseudokód třídícího algoritmu Quick Sort.
2. Zdůvodněte, jaké jsou nejmenší a největší počty kroků a spotřeba paměti tohoto algoritmu pro n prvků.
3. Napište průměrnou časovou složitost tohoto algoritmu pro n prvků. Odvození není požadováno.

3 Synchronizace

1. Uvažujte třídu implementující zámek s následující signaturou:

   ```
   class Lock
   {
     void lock ();
     void unlock ();
   };
   ```

   Popište sémantiku jednotlivých metod.

2. Toto je návrh implementace zámku pomocí semaforu:

   ```
   class LockUsingSemaphore
   {
     Semaphore s;
     LockUsingSemaphore () { s = new Semaphore (1); }
     void lock () { s.down (); }
     void unlock () { s.up (); }
   };
   ```

   Vysvětlete, zda a proč je tato implementace správná.

3. Máte k dispozici implementaci kolekce s následující signaturou:

   ```
   class SomeCollection
   {
     void insert (Key k, Item i);
     Item find (Key k);
   };
   ```

   Předpokládejte, že implementaci není dovoleno volat z více vláken současně. Jak můžete odstranit toto omezení bez zásahu do implementace kolekce ? Diskutujte efektivitu tohoto řešení na multiprocesorovém hardware.

4 Jazyky

1. Definujte formálně pojem „jazyk“.
2. Množina terminálů obsahuje symboly „if“, „else“, „null“. Jazyk L je popsán touto gramatikou:

   ```
   E → null
   E → if E
   E → if E else E
   ```

   Ukažte na příkladu slova s více derivačními stromy, že tato gramatika není jednoznačná.
3. Upravte gramatiku tak, aby byla jednoznačná.

5 B-stromy

1. Definujte B-strom (tedy zejména strukturu uzlů, pravidla pro obsazení uzlů, pravidla pro vyvážení stromu).
2. Popište algoritmus mazání prvku s vyvážením z B-stromu, neuvažujte redundantní prvky.

6 Relační datový model

1. Popište relační datový model (tedy zejména koncept domén a relací, schéma, vztah těchto konceptů s tabulkami a řádky).
2. Vysvětlete, proč se relační schémata upravují do normálních forem.
3. Napište, kdy je relační schéma ve třetí normální formě.
4. Vymyslete příklad univerzální relace, ve které je porušena druhá a třetí normální forma. Použijte atributy IdUčitel, IdŠkola, JménoUčitel, AdresaŠkola, MěstoŠkola.

7 Výroková logika

1. Uveďte, co je důkaz ve výrokové teorii T a co znamená zápis $T \vdash \varphi$, je-li φ výrok teorie T.
2. Uveďte, co je spor a vyvratitelná formule teorie T a co znamená, že teorie T je sporná či bezesporná.
3. Uveďte, co je nezávislá formule výrokové teorie T.
4. Dokažte $\vdash \varphi \to \varphi$ přímo z logických axiomů.

8 Výroková logika

1. Zformulujte větu o úplnosti výrokové logiky. Uveďte hlavní body jejího důkazu.

9 Principy implementace objektově orientovaných jazyků

1. Vysvětlete použití výjimek jako prostředků pro řízení toku programu v OO jazycích. K popisu použijte konkrétní syntaxi jazyka C#, C++ nebo Java.
2. Jak ošetříte situaci, kdy bez ohledu na to, zda byla nebo nebyla hozena výjimka, potřebujete před opuštěním funkce uvolnit přidělený prostředek ? Uvažujte například tuto skicu kódu:

   ```
   void SomeFunction ()
   {
     File f = open ("some.file");
     FunctionThatCanThrow ();
     f.close ()
   }
   ```

3. Co udělá běhová podpora OO jazyka v případě, že dojde k hození výjimky, kterou kód programu neošetřuje ?

10 Protokoly TCP/IP

1. Jaké jsou možnosti překladu mezi IP adresami a linkovými (hardwarovými) adresami a na jaké předpoklady jsou vázány ? Popište alespoň jeden k tomuto překladu používaný protokol.
2. Proč vzniká fragmentace a v čem se liší její řešení u IPv4 a IPv6 ?
3. Co je směrovací tabulka a jakou hraje roli, jak vypadají jednotlivé záznamy ? V jakém pořadí se při směrování tyto záznamy prohledávají ?

11 Tělesa

1. Definujte pojem „těleso“.
2. Jsou množiny Z, Q a R s obvykle definovanými operacemi sčítání a násobení tělesa ?
3. Sestavte těleso nad množinou o třech prvcích.

12 Spojitost a derivace

1. Definujte pojem „spojitost funkce v bodě“.
2. Definujte pojem „derivace funkce“.
3. Zjistěte, na kterých intervalech je funkce xe^{-x} rostoucí a klesající.

13 Spojitost a limita funkce v bodě

1. Definujte pojem „limita funkce“.
2. Definujte pojem „spojitost funkce v bodě“.
3. Pokud $\lim_{x\to a} f(x) = F \in R$ a $\lim_{x\to a} g(x) = G \in R$, pak $\lim_{x\to a}(f(x) + g(x)) = F + G$. Dokažte.

14 Taylorův polynom

1. Definujte Taylorův polynom a vyslovte větu o zbytku Taylorova polynomu. Podejte příklad praktického využití Taylorova polynomu.
2. Použijte Taylorovy polynomy stupňů 3, 4 a 5 pro výpočet hodnoty sin(2). Použijte rozvoj v takovém bodě, ve kterém je výpočet numericky dostatečně snadný. Okomentujte vaše výsledky, pokud víte, že $\sin(2) \approx 0.9092974$.

15 Vlastní čísla

1. Nechť matice A řádu n má navzájem různá vlastní čísla $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ a jim příslušející vlastní vektory $v_1, \ldots, v_n$. Jaká vlastní čísla a vektory má matice A^3 ?
2. Najděte všechny vlastní vektory následující matice:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^4$$

16 Metrické prostory

1. Definujte pojmy „metrika“ a „metrický prostor“. Doplňte příklad metrického prostoru.
2. Rozhodněte o následujících množinách, zda jsou otevřené a zda jsou uzavřené v metrickém prostoru reálných čísel s eukleidovskou metrikou. O jedné z těchto množin vaše tvrzení dokažte.
   - $(0,1)$
   - $\langle 0,1\rangle$
   - $\langle 0,\infty)$
3. Uvažujte neorientovaný graf $G =< V, E >$ s množinou vrcholů V a množinou hran $E \subseteq \{\{u, v\}, u, v \in V, u \neq v\}$. Na grafu je definována vzdálenost uzlů $d(u, v)$ jako počet hran v nejkratší cestě mezi u a v. Tvoří dvojice (V, d) metrický prostor ? Dokažte.

17 Bodové odhady a testování hypotéz

1. Definujte střední hodnotu diskrétní náhodné veličiny.
2. Jak odhadnete střední hodnotu náhodné veličiny s rozdělením F, pokud máte k dispozici pozorování náhodného výběru s rozdělením F ? Dokažte, že je tento odhad nestranný.
3. Vysvětlete postup statistického testování hypotéz. Ve vašem vysvětlení definujte pojmy „nulová hypotéza“ a „hladina spolehlivosti“.
4. Uvažujte šestici $(1, 2, 2, 3, 3, 3)$ jako pozorování náhodného výběru s normálním rozdělením. Chcete zjistit, zda by střední hodnota tohoto rozdělení mohla být rovna 2.2. Použijete t-test, p-hodnota je $p \approx 0.7$, jaký závěr učiníte ?

18 Rovinné grafy

1. Definujte pojmy „oblouk“ a „nakreslení grafu“.
2. Najděte příklad souvislého grafu, který splňuje rovnost $|E| = 3|V| - 6$, ale není rovinný.
3. Rovinné nakreslení grafu je triangulace, jestliže je hranice každé stěny trojúhelník. Dokažte, že rovinný graf $G = (V, E)$ s alespoň 3 vrcholy je triangulací právě tehdy, když $|E| = 3|V| - 6$.