

Bakalářské zkoušky (příklady otázek)

jaro 2019

1 Automaty (3 body)

Nechť A a B jsou regulární jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Rozhodněte, zda následující jazyky jsou regulární, a svou odpověď zdůvodněte.

1. $A \cap B$
2. $A^R = \{a^R \mid a \in A\}$, kde a^R je slovo a zapsané pozpátku
3. $\{a \mid a \in A \wedge |a| \bmod 3 = 0\}$

2 Třídění (3 body)

1. Popište, jak pomocí binárního vyhledávacího stromu setřídít (uspořádat vzestupně) posloupnost x_1, \dots, x_n .
2. Co z toho plyne pro minimální možnou složitost operací s vyhledávacím stromem? Předpokládejme přitom, že klíče ve stromu je možné pouze porovnávat.
3. Popište algoritmus, který setřídí n uspořádaných dvojic $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n) \in \{1, \dots, n\}^2$ v čase $\mathcal{O}(n)$.

3 Databáze (3 body)

Tento E-R diagram popisuje zjednodušený rozvrh základní školy:

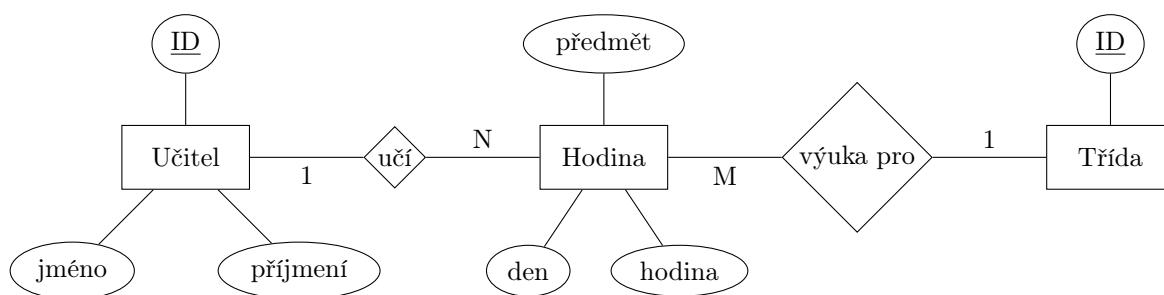


Diagram je neformální a nemusí obsahovat všechny potřebné informace; např. správné řešení slabých entitních typů je nutné odhadnout na základě zkušeností z reálného světa.

1. Převeďte diagram na relační schéma (v podobě diagramu nebo SQL DDL příkazů). Uveďte primární a cizí klíče jednotlivých relací.
2. Napište dotaz v SQL, který zobrazí všechny situace, kde má tentýž učitel rozvrženy dvě různé hodiny v tentýž den a hodinu (tedy chyby v rozvrhu). Výstupem jsou tedy řádky obsahující jméno a příjmení učitele, den a hodinu, ve které nastává problém. Dbejte na to, aby každá chyba byla zobrazena pouze jednou.
3. Napište dotaz v SQL, který generuje abecedně uspořádaný seznam všech učitelů. V každém řádku má být jméno učitele a počet různých tříd, které potká na svých hodinách. Seznam má obsahovat i učitele, kteří neučí nic.

4 Programovací jazyky (3 body)

Navrhněte datovou strukturu v jazyce C++, C# nebo Java, která bude reprezentovat matematický výraz a sloužit k opakovanému rychlému výpočtu hodnoty daného výrazu pro různé hodnoty parametrů. Taková struktura může být použita např. při vykreslování grafů funkcí jedné, dvou nebo více proměnných.

Výraz může obsahovat číselné konstanty, proměnné, unární a binární matematické operátory a volání matematických funkcí z rozsáhlé knihovny. Veškeré výpočty probíhají v aritmetice s pohyblivou čárkou s dvojitou přesností.

Struktura by měla být navržena tak, aby bylo přidávání dalších operátorů či funkcí do knihovny co nejjednodušší.

1. Popište nejvýznamnější třídy a další prvky vašeho řešení, zejména vnější i vnitřní rozhraní sloužící k vyhodnocování výrazu. Zakreslete objekty a jejich vzájemné odkazy pro výraz $\sin(x + 1)/\sin(x - 1)$.
2. Navrhněte způsob, jak při výpočtu řešit chyby (dělení nulou, přetečení apod.) tak, aby to bylo použitelné např. při kreslení grafu funkce $1/\sqrt{x}$ na intervalu $\langle -1, 1 \rangle$.
3. Popište, jak je nutné strukturu upravit, pokud by měla zabránit opakovanému vyhodnocování společných podvýrazů, tedy např. ve výrazu $(1 - \sin(x \cdot y))/(1 + \sin(x \cdot y))$ vyhodnocovat podvýraz $\sin(x \cdot y)$ pouze jednou (pro každé ohodnocení proměnných x a y).

NEŘEŠTE způsob konstrukce struktury (t.j. syntaktickou analýzu výrazu ani hledání společných podvýrazů).

5 Procesy, vlákna, plánování (3 body)

Uvažujte klasický operační systém, ve kterém jsou procesy či vlákna ve stavech READY, RUNNING, WAITING/SLEEPING, TERMINATED.

1. Nakreslete přechodový diagram, ve kterém jsou stavy procesu uzly a ve kterém hrany znázorňují možné přechody mezi stavy. U každé hrany vyznačte, za jakých okolností může daný přechod nastat (napište alespoň jednu konkrétní událost, která takový přechod vyvolá).
2. Vysvětlete, zda a čím je omezený počet procesů, které se mohou současně nacházet ve stavu READY.
3. Vysvětlete, zda a čím je omezený počet procesů, které se mohou současně nacházet ve stavu RUNNING.

6 Směrování (3 body)

Uvažujte protokol IPv4.

Načrtněte architekturu sítě, kde jsou dva klientské počítače připojené k routeru, který je dále připojen k internetu. Pouze router má veřejnou IPv4 adresu, pro klientské počítače současně zprostředkuje překlad adres (NAT). Zvolte konkrétní IPv4 adresy v celé takto postavené síti a u všech tří uzlů napište obsah statické routovací tabulky tak, aby všechny uzly mohly komunikovat mezi sebou i s dalšími počítači na internetu. Do tabulky napište i pravidla pro odesílání datagramů do vlastní IP sítě.

Jako další krok navrhněte rozšíření architektury o další router, který umožní klientským počítačům přístup do vzdálené privátní sítě. Opět načrtněte architekturu, zvolte konkrétní IPv4 adresy a napište obsah statických routovacích tabulek všech uzlů. V návrhu předpokládejte, že přidaný router bude mít přímé spojení do vzdálené privátní sítě na dedikovaném rozhraní.

7 Optimalizace (3 body)

Uvažte následující lineární program P:

$$\min 2x_1 + x_2 + x_3 \quad (1)$$

$$\text{t.}\dot{\text{z.}} \quad 3x_1 + x_2 \geq 1 \quad (2)$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 4 \quad (3)$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (4)$$

1. Formulujte duální lineární program D k lineárnímu programu P.
2. Najděte optimální řešení duálního programu D.
3. Uveďte přesné znění silné věty o dualitě lineárního programování.
4. S využitím znalosti optimálního řešení úlohy D a silné věty o dualitě najděte optimální řešení lineárního programu P, pokud existuje.

8 Jazykové modelování (otázka studijního zaměření – 3 body)

Vysvětlete následující pojmy

1. Metoda zašuměného kanálu
2. Jazykový model ve statistickém strojovém překladu
3. Vyhlazování

9 Základní formalismy pro popis přirozených jazyků (otázka studijního zaměření – 3 body)

Uveďte základní charakteristiky následujících formalismů pro popis syntaxe přirozených jazyků:

1. Lexical Functional Grammar
2. Tree-adjoining Grammar
3. Kategoriální gramatika

10 Morfologická, syntaktická a sémantická analýza přirozeného jazyka (otázka studijního zaměření – 3 body)

Jedním ze základních konceptů teorie Funkčního generativního popisu je valence.

1. Jaký je základní rozdíl mezi aktantem a volným doplněním?
2. Uveďte názvy alespoň 3 z 5 typů aktantů používaných v teorii Funkčního generativního popisu.
3. Definujte valenční rámeček.

11 Matice (otázka studijního zaměření – 3 body)

Homogenní souřadnice a maticové transformace.

1. Jak se pomocí matic transformují objekty v 3D počítačové grafice?
2. Proč zavádíme homogenní souřadnice a matice 4×4 ? Co nám umožňují realizovat?
3. Uveďte několik elementárních maticových transformací (translace, rotace, škálování – pokuste se matice napsat prvek po prvku) a jeden praktický příklad složené transformace (nemusíte konstrukci dotáhnout do konce, stačí naznačit postup).

12 Potlačování šumu (otázka studijního zaměření – 3 body)

Potlačování šumu v rastrovém obraze pořízeném digitálním fotoaparátem nebo kamerou.

1. Napište matematický model šumu; co předpokládáme, že senzor fotoaparátu nasnímal?
2. Uveďte jednoduché lineární metody redukce šumu (konvoluce).
3. Popište alespoň jeden nelineární algoritmus potlačující šum.

13 Stínování (otázka studijního zaměření – 3 body)

Lokální model odrazu světla na povrchu tělesa v simulované 3D scéně.

1. Popište jednoduchý lokální model odrazivosti (jak barva pozorovaná na povrchu tělesa závisí na poloze a intenzitě světelného zdroje).
2. Jak se takový model odrazivosti používá v realtime zobrazení? Uvažujte běžné GPU, 3D model složený z trojúhelníků, navrhnete data posílaná ve vrcholech, jak použít GPU shadery?
3. Jak je možné dosáhnout efektu hladkého tělesa, i když je 3D model sestaven z trojúhelníků (stačí popsat myšlenku, princip)?

14 REST API (otázka studijního zaměření – 3 body)

Navrhnete REST API, které má sloužit jako přibližná náhrada za FTP. API umožní uživateli práci se vzdáleným souborovým systémem na úrovni běžných operací se soubory a adresáři. Konkrétně:

- nahrávat a stahovat soubory,
- vytvářet adresáře,
- procházet adresáře (číst metadata souboru a podadresářů),
- mazat soubory a adresáře
- a přejmenovat soubory a adresáře.

Pro jednoduchost předpokládejme, že názvy souborů a adresářů se skládají výhradně ze znaků anglické abecedy, čísel, pomlčky a podtržítka. Rovněž pro jednoduchost nemusíte řešit problémy autentizace a autorizace uživatelů, avšak vaše API musí být navrženo tak, aby umožňovalo snadné přidání těchto funkcí později.

Stručně popište jednotlivé endpointy vašeho API. U každého endpointu uveďte URL (případně parametrizované), HTTP metodu, jaká data (a v jakém formátu) se nachází v těle požadavku a v těle odpovědi. Pokud některý endpoint vyžaduje nebo vrací dodatečná data (např. HTTP hlavičky), rovněž je popište.

15 Uživatelská relace (otázka studijního zaměření – 3 body)

Implementujeme webovou aplikaci, která slouží pouze k vizualizaci dat. Z bezpečnostních důvodů je zcela zakázáno, aby aplikace prováděla jakékoli změny na straně serveru (s výjimkou logování chyb). Aplikace ale potřebuje řešit přihlašování uživatelů (autentizaci), aby mohla zobrazovat data na základě oprávnění přihlášeného uživatele.

Navrhnete metodu pro udržování uživatelské relace v tomto prostředí. Protože není možné ukládat jakákoli data na straně serveru, je jediným řešením uložit informaci o přihlášení na straně klienta. Pro lepší představu definujeme, že tato informace je uložena ve struktuře, kterou si pojmenujeme *identifikační token*.

Můžete také předpokládat, že celá aplikace striktně používá vynucené šifrované spojení (HTTPS s HSTS).

1. Jaké položky musí obsahovat identifikační token, aby byl rozumně bezpečný (tj. aby nemohl být snadno falzifikován nebo odcizen)? U položek, u kterých to není naprosto zřejmé, stručně popište, jakým způsobem server vytvoří (odkud načte/jak spočítá) jejich hodnoty.

2. Kde je možné identifikační token uložit (na straně klienta), aby jednak nedošlo k jeho smazání např. při obnově stránky v prohlížeči a jednak aby nebylo možné tento token snadno odcizit? Stručně popište jakým způsobem vámi vybrané úložiště funguje (server pošle speciální data v HTTP hlavičkách, existuje API pro JavaScript, ...).
3. Navrhněte mechanismus pro invalidaci identifikačních tokenů (individuálně pro každého uživatele, ne nutně individuálně pro každý vystavený token). Předpokládejme, že tento mechanismus je ovládán administrátorem skrze jinou aplikaci, takže při invalidaci je možné měnit data na straně serveru (např. v konfiguraci nebo v databázi), ale samotné vydávání tokenů (autentizace) stále nesmí měnit data na straně serveru.

16 Databázové transakce (otázka studijního zaměření – 3 body)

1. Stručně vysvětlete pojem transakce (především z pohledu uživatele – programátora, k čemu transakce slouží) a popište sémantiku SQL operací pro práci s transakcemi.
2. Vyjmenujte čtyři vlastnosti, které musí splňovat ACID transakce v databázových systémech. Každou vlastnost stručně (1–2 větami) vysvětlete.
3. Vyjmenujte izolační úrovně databázových systému, jak jsou definované v normě SQL. Vyberte si jeden libovolný známý čtecí problém, jehož chování je ovlivněno úrovní izolace. Vysvětlete, ve kterých izolačních úrovních se tento problém projeví a jak.

17 Funkce (3 body)

Pro funkci $f(x) = 3x\sqrt[3]{(x+4)^2}$, spočítejte derivaci a limity v ∞ a $-\infty$. Načrtněte graf funkce f (nemusíte určovat konvexnost a konkávnost).

18 Riemannův integrál (3 body)

Definujte horní a dolní Riemannovu sumu. S jejich pomocí definujte Riemannův integrál. Určete hodnotu $\int_1^4 \lfloor x \rfloor dx$. (Kde $\lfloor x \rfloor$ je dolní celá část, tj. nejmenší celé číslo, které je menší nebo rovno x .)

19 Metrické prostory (3 body)

Definujte spojitě zobrazení mezi dvěma metrickými prostory. Nechtě $id : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je identické zobrazení (tj. $f(x) = x$), d_1 je obvyklá metrika na \mathbb{R} (tedy $d_1(x, y) = |x - y|$) a d_{disc} je diskrétní metrika (tedy $d_{disc}(x, y) = 1$ pokud $x \neq y$ a $d_{disc}(x, y) = 0$ pokud $x = y$). Je id spojitě zobrazení z (\mathbb{R}, d_1) do (\mathbb{R}, d_{disc}) ? Je id spojitě zobrazení z (\mathbb{R}, d_{disc}) do (\mathbb{R}, d_1) ? Zdůvodněte.

20 Lineární zobrazení (3 body)

Uvažujme lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ definované předpisem $f(x) = Ax$, kde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je čtvercová matice. Dokažte:

1. Je-li f „na“, potom A je regulární.
2. Je-li A je regulární, potom f je „na“.

21 Pozitivně definitní matice (3 body)

Definujte pojem pozitivní definitnosti matic.

Pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 10 \end{pmatrix}$$

rozhodněte, zda je pozitivně definitní a pokud ano, spočtěte její Choleského rozklad.

22 Algebraická tělesa (3 body)

Nechť T je těleso. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá a odpovědi zdůvodněte:

1. $\forall a, b, c \in T : ab = ac \Rightarrow b = c$.
2. Matice $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ je regulární právě tehdy, když charakteristika T je rovna dvěma.
3. Je-li $|T|$ konečná, pak je i charakteristika T konečná.

23 Princip inkluze a exkluze (3 body)

Určete mohutnost sjednocení čtyř množin A_1, \dots, A_4 , pokud víte, že průnik k těchto množin (pro $k \geq 1$) má mohutnost $7 - k$, účastní-li se A_1 tohoto průniku. V ostatních případech je mohutnost průniku k množin rovna $10 - k$.

24 Grafy (3 body)

Za použití faktu, že každý rovinný graf obsahuje vrchol malého stupně, dokažte, že množinu vrcholů každého rovinného grafu na alespoň třech vrcholech lze rozdělit na tři podmnožiny V_1, V_2, V_3 takové, že každá množina V_i indukuje les.

25 Logika (3 body)

Nechť T je teorie (hustých lineárních uspořádání s nejmenším a největším prvkem) jazyka $L = \langle \leq \rangle$ s rovnostmi obsahující následující axiomy:

$$\begin{aligned} x &\leq x \\ (x \leq y \wedge y \leq x) &\rightarrow x = y \\ (x \leq y \wedge y \leq z) &\rightarrow x \leq z \\ x \leq y \vee y \leq x & \\ (\exists x) (\exists y) (\forall z) (x \leq z \wedge z \leq y \wedge x \neq y) & \\ x < y &\rightarrow (\exists z) (x < z \wedge z < y) \end{aligned}$$

kde $x < y$ je zkratka za $x \leq y \wedge x \neq y$.

1. Uveďte definici pojmu *kompletní teorie* (v predikátové logice).
2. Pomocí skolemizace posledních dvou axiomů nalezněte otevřenou konzervativní extenzi T' teorie T (v případně rozšířeném jazyce).
3. Jsou teorie T a T' kompletní? Uveďte zdůvodnění.